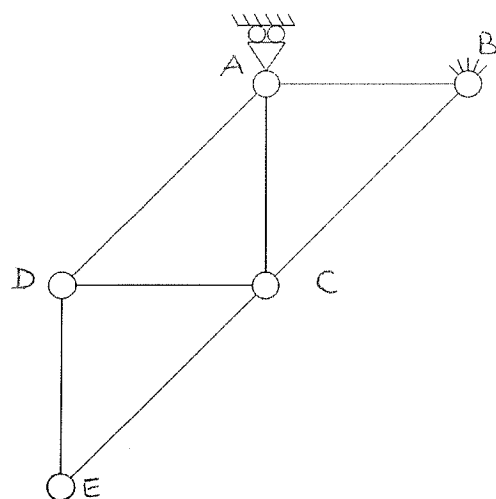


SPAZIO RISERVATO AL DOCENTE:

1	
2	
3	
Totale	

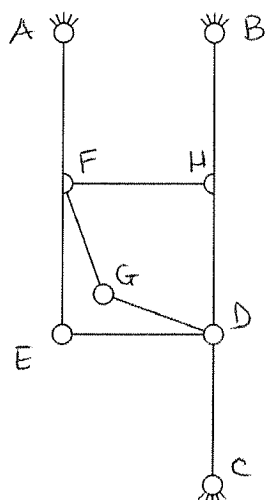
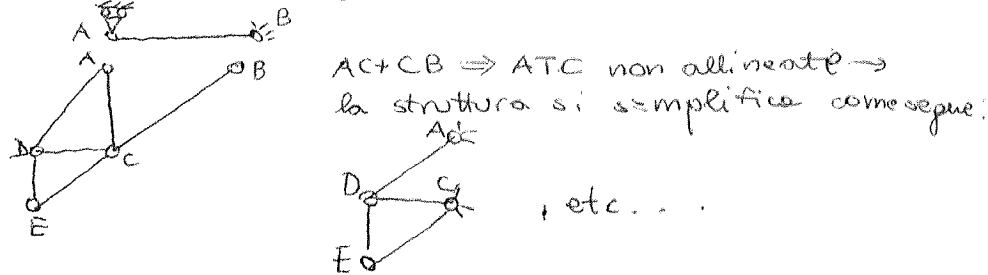


GdL: 21 GdV: 21

La struttura è labile?

Si No

Possiamo pensare la struttura come un insieme di ATC non allineate montata su un'asta cerniera, carrello (asta AB) ben vincolato.

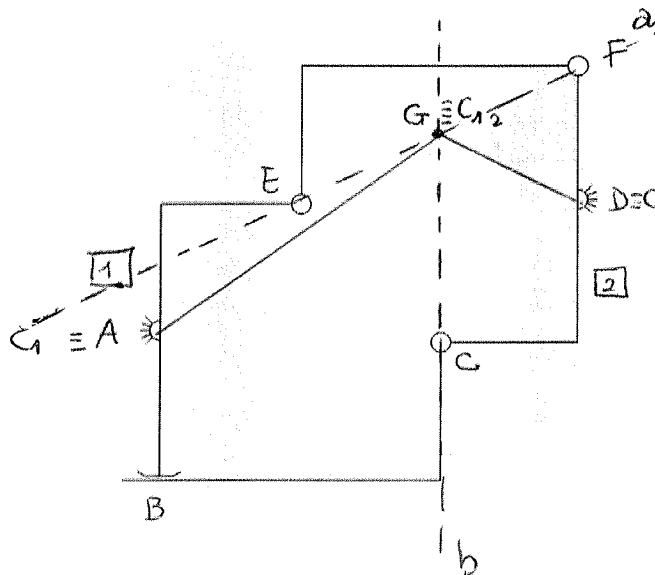
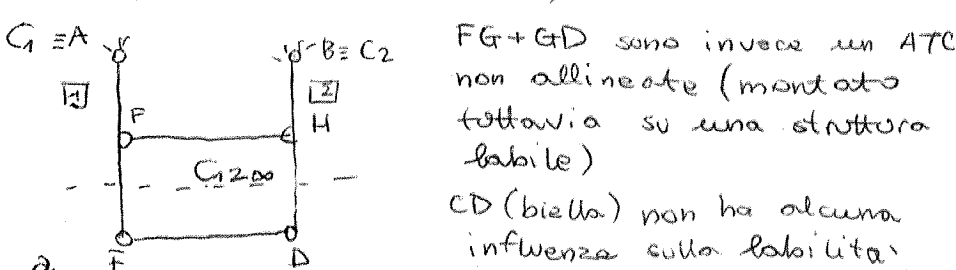


GdL: 21 GdV: 22

La struttura è labile?

Si No

La struttura è labile perché il telaio in figura è un ATC allineate (LABILE)



GdL: 12 GdV: 12

La struttura è labile?

Si No

La struttura può essere pensata come costituita da 2 corpi rigidi ([1] e [2]) collegati tra loro dalla biella EF e dall'asta BC. I CIR delle 2 aste si trovano in A e in D rispettivamente (cerniera a terra).

Volendo ricondurre all'analisi di un ATC dobbiamo trovare il CIR relativo C2. Per i vincoli interni C2 deve appartenere alle rette a e b in figura.

$C_2 \equiv G$

Concludiamo che C1, C2, C12 non sono allineati → la struttura è isostatica NON LABILE

NOME :

COGNOME :

MATRICOLA :

NOTA 1: Le risposte agli esercizi vanno compilate esclusivamente sui fogli consegnati.

NOTA 2: La prima parte del tema, con esercizi indicati con FCM, va svolta dagli allievi che devono sostenere l'esame di Fondamenti di Costruzione di Macchine; la seconda parte del tema, con esercizi indicati con CMI per gli allievi che devono sostenere l'esame di Costruzione di Macchine 1; TUTTI gli esercizi vanno svolti per chi deve sostenere l'esame completo di Costruzione di Macchine 1.

Parte 1: Fondamenti di Costruzione di Macchine

FCM: Esercizio 1. Con riferimento al seguente di sforzo, determinare:

- 1) tensore degli sforzi
- 2) la massima sollecitazione di taglio relativa allo stato di sforzo

$\sigma_x = 56 \text{ MPa}, \sigma_y = 75 \text{ MPa}, \tau_{xy} = 25 \text{ MPa}$

Il tensore degli sforzi è

Il tensore degli sforzi è $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$ dove per la simmetria $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$

Nel caso dell'esercizio

$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 56 & 25 & 0 \\ 25 & 75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

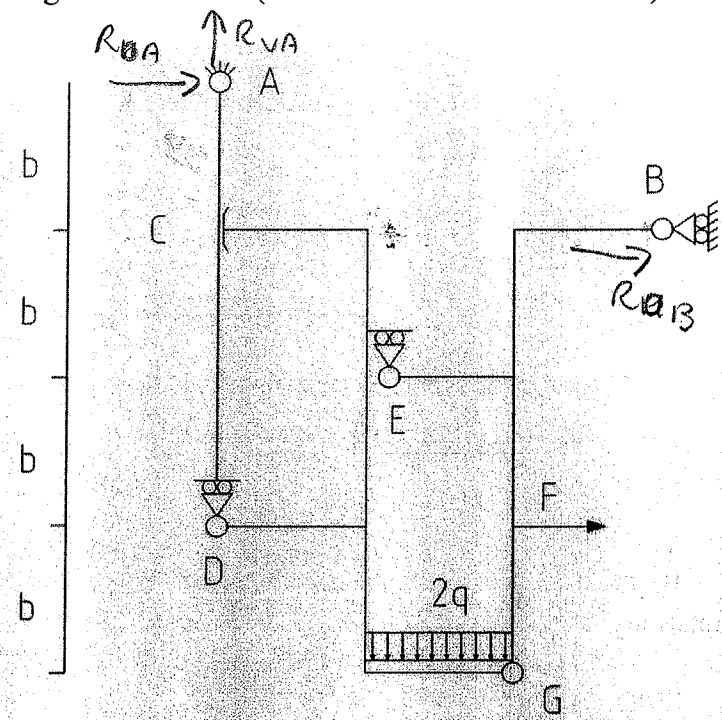
La max sollecitazione tangenziale si definisce come $\tau_{max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2}$ dove σ_I è lo sforzo principale max e σ_{III} è lo sforzo principale minimo. Gli sforzi principali si calcolano come autovalori del tensore σ_{ij} .

$\det \underline{\sigma} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 56-\lambda & 25 & 0 \\ 25 & 75-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0-\lambda \end{bmatrix} = -\lambda [(56-\lambda)(75-\lambda) - 25^2] = 0$

Si ricavano $\sigma_I = 92.24 \text{ MPa}$, $\sigma_{II} = 38.75 \text{ MPa}$, $\sigma_{III} = 0 \text{ MPa}$

$\tau_{max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} = 46.12 \text{ MPa}$

FCM: Esercizio 2. Calcolare, le reazioni vincolari esterne ed interne e diagrammare le azioni interne per la seguente struttura (indicare la convenzione scelta).



Schema per le reazioni vincolari nei punti A, B:

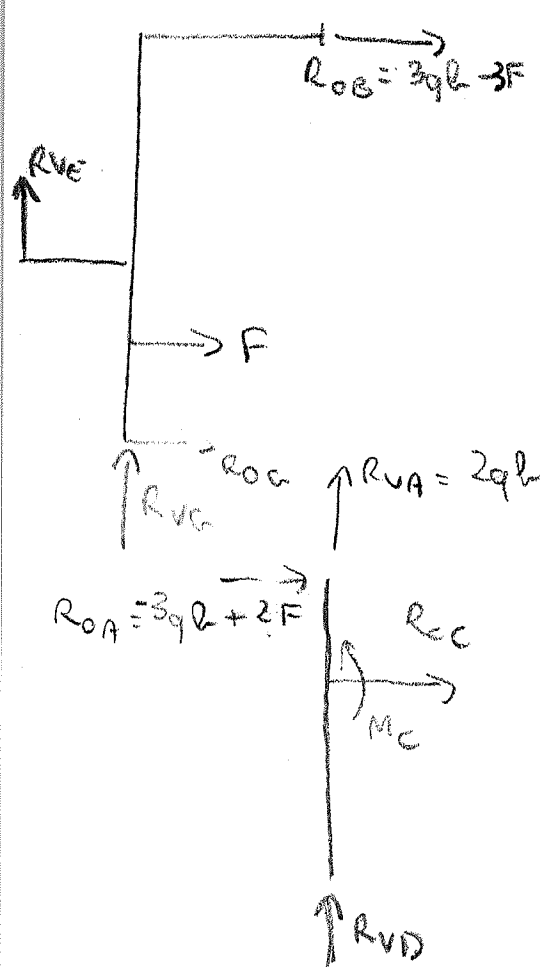
	R_v	R_o	M
A	$2q \cdot b$	$-3qb + 2F$	/
B	/	$3qb - 3F$	/

Schema per le reazioni vincolari nei punti C, D, E, G:

	R_v	R_o	M
C	/	$3qb - 2F$	$3qb^2 - 2Fl$
D	$-2qb$	/	/
E	$-9qb + 8F$	/	/
G	$9qb - 8F$	$-3qb + 2F$	/

$$\begin{cases} \sum R_v = 0 \rightarrow R_{VA} - 2q = 0 \\ \sum R_o = 0 \rightarrow R_{oA} + F + R_{oB} = 0 \\ \sum M_A = 0 \rightarrow R_{oB} \cdot b + F \cdot 3b - 2qb \cdot \frac{3}{2}b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{VA} = 2q \\ R_{oA} = -3qb + 2F \\ R_{oB} = 3qb - 3F \end{cases}$$



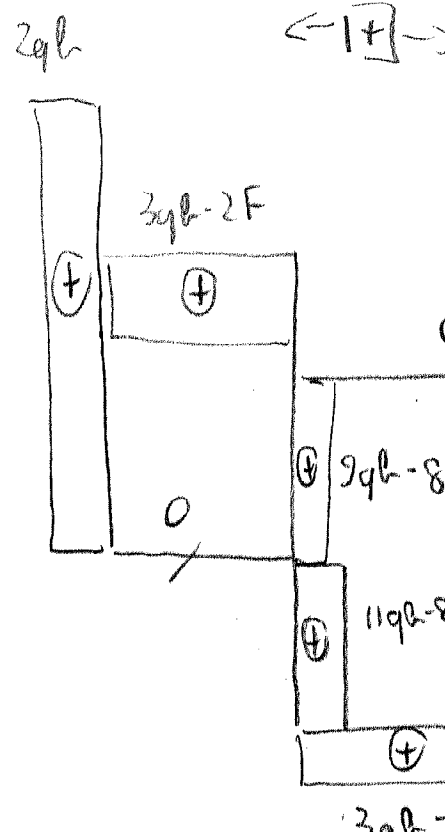
$$\begin{cases} \sum R_v = 0 \rightarrow R_{VC} + R_{VE} = 0 \\ \sum R_o = 0 \rightarrow R_{oC} + R_{oB} + F = 0 \\ \sum M_C = 0 \rightarrow R_{VE} \cdot b + Fl + 3qb \cdot 3b - 3F \cdot 3b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{VC} = 9qb - 8F \\ R_{oC} = -3qb + 2F \\ R_{VE} = -9qb + 8F \end{cases}$$

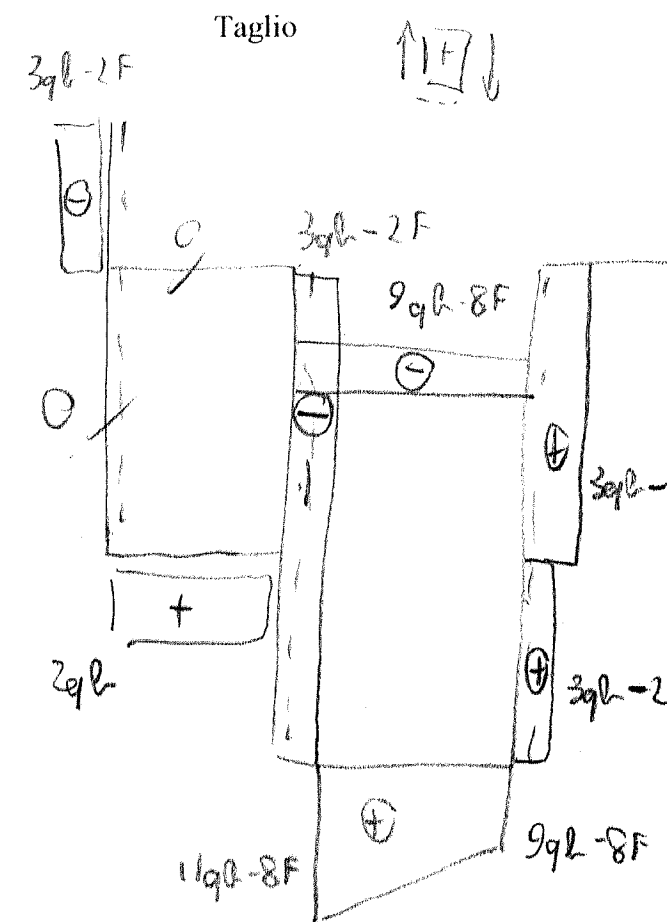
$$\begin{cases} \sum R_v = 0 \rightarrow R_{VD} + 2qb = 0 \\ \sum R_o = 0 \rightarrow R_{oC} - 3qb + 2F = 0 \\ \sum M_A = 0 \rightarrow M_C + R_{oC} \cdot b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{VD} = -2qb \\ R_{oC} = 3qb - 2F \\ M_C = 3qb^2 - 2Fl \end{cases}$$

Azione assiale

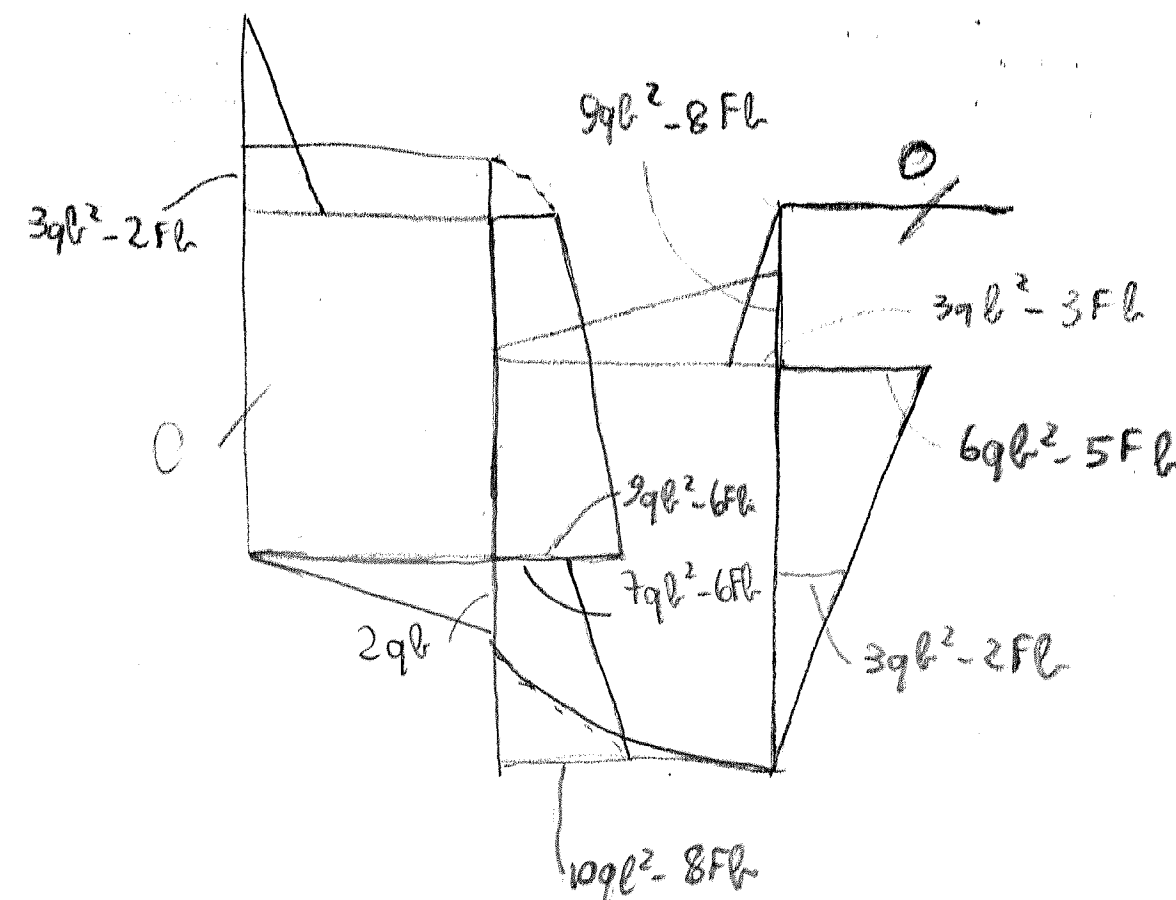


Taglio

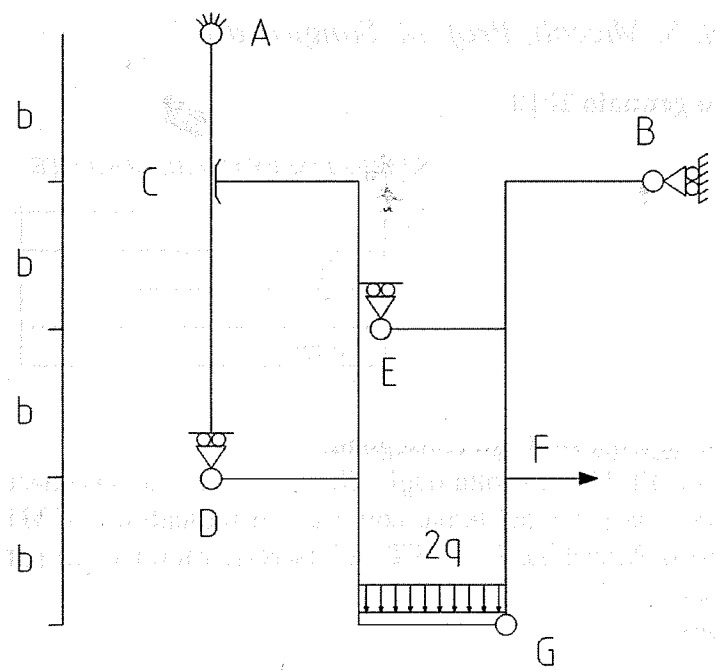


Momento flettente

DIA GRAMMI TRACCIATI PER $qb > \frac{8}{9}F > 0$



FCM: Esercizio 2. Calcolare, le reazioni vincolari esterne ed interne e diagrammare le azioni interne per la seguente struttura (indicare la convenzione scelta).



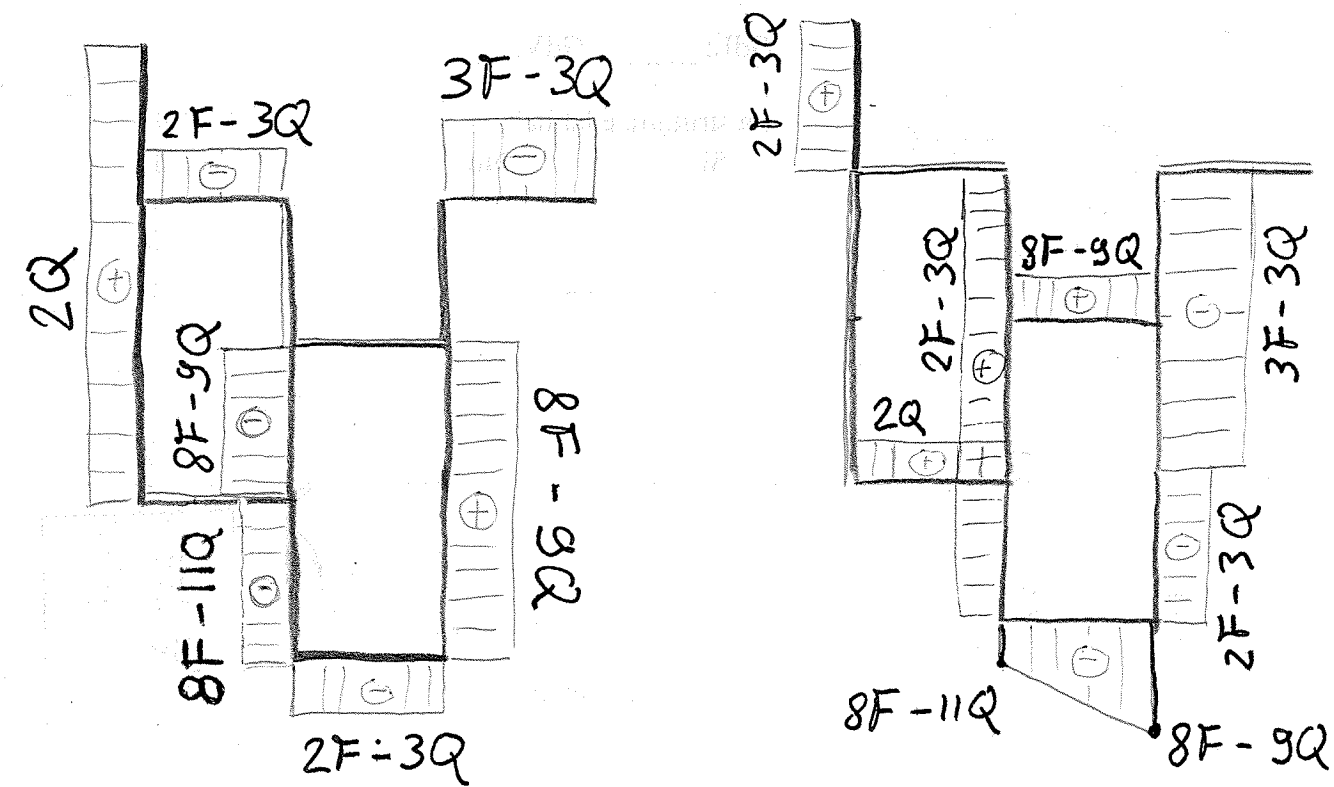
Schema per le reazioni vincolari nei punti A, B:

	R_v	R_o	M
A	$2Q$	$2F-3Q$	/
B	/	$3F-3Q$	/

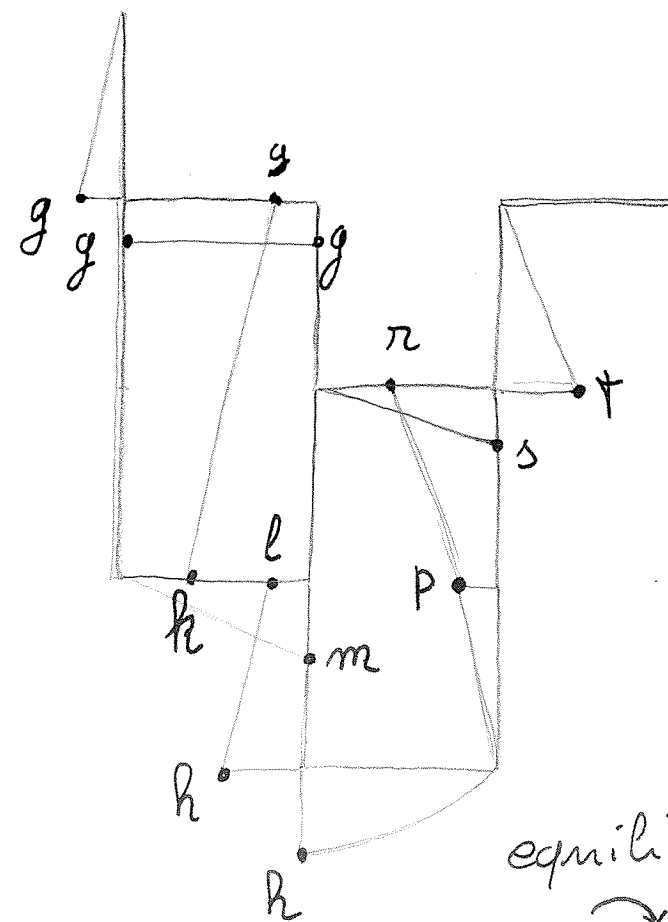
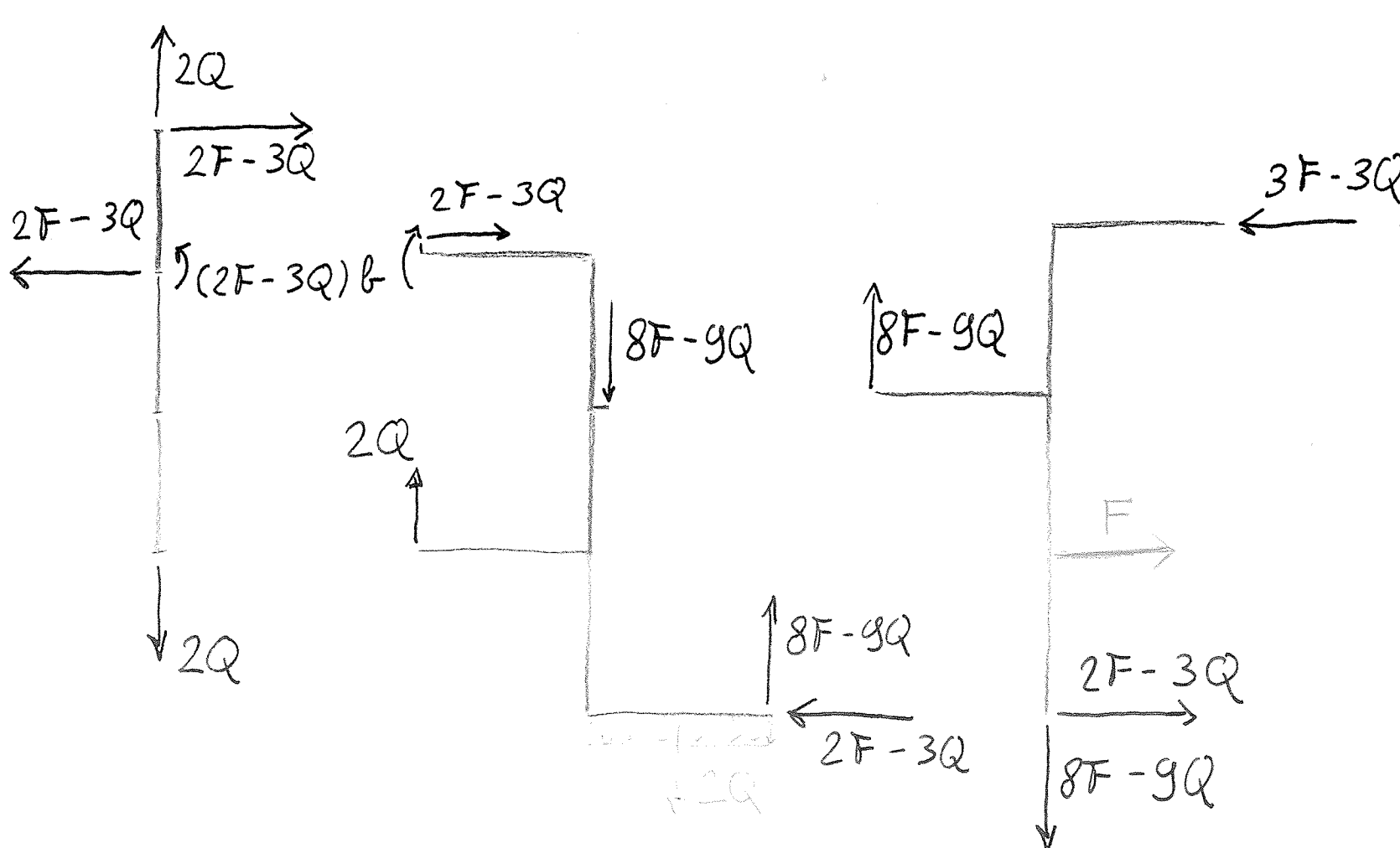
Schema per le reazioni vincolari nei punti C, D, E, G:

	R_v	R_o	M
C	/	$2F-3Q$	$(2F-3Q)b$
D	$2Q$	/	/
E	$8F-9Q$	/	/
G	$8F-9Q$	$2F-3Q$	/

$Q = qb$ per tracciare i diagrammi ipotizzo $F > \frac{3}{2}Q > 0$



(\square) ribaltato fibre tese
Momento flettente



$$g = (2F - 3Q)b$$

$$h = (6F - 9Q)b$$

$$l = (6F - 7Q)b$$

$$m = 2Qb$$

$$h = (8F - 10Q)b$$

$$p = (2F - 3Q)b$$

$$r = (5F - 6Q)b$$

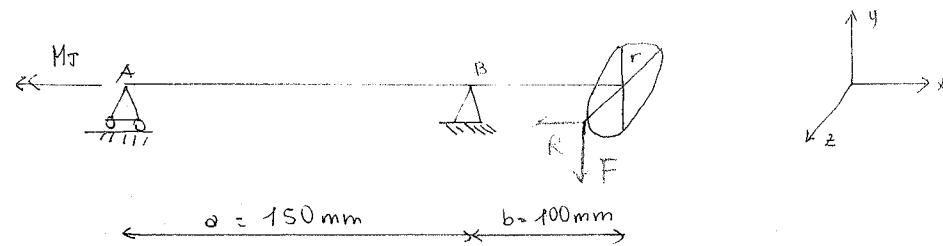
$$s = (8F - 9Q)b$$

$$t = (3F - 3Q)b$$

equilibrio ai nodi (verifica)

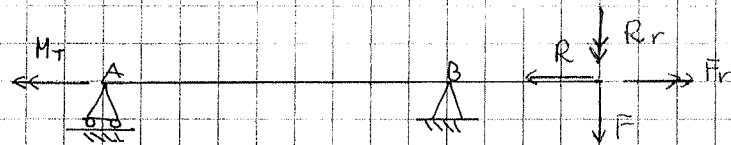
$$m \uparrow \quad h \quad l - h - m = 0 \quad \checkmark$$

$$r + t - s = 0 \quad \checkmark$$



Tracciare i diagrammi delle azioni interne

Per prima cosa trasportiamo le forze F ed R sull'albero

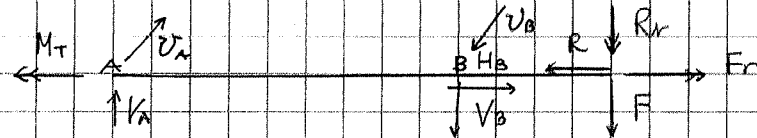


OSSERVAZIONE: la spinta R produce un momento fuori piano R_r , mentre la forza F produce un momento torcente F_r

Dall'equilibrio dei momenti lungo l'asse x dell'albero:

$$M_T = F_r$$

Risolviamo la struttura



PER UN CORPO RIGIDO NELLO SPAZIO SI POSSONO SCRIVERE 6 EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

equilibrio alla traslazione lungo x: $H_B = R$

equilibrio alla traslazione lungo y: $V_A = V_B + F$

equilibrio alla rotazione lungo z (polo B): $-V_A \cdot a - F \cdot b = 0 \implies V_A = -\frac{F \cdot b}{a} = -\frac{15000 \cdot 100}{150}$

$$V_A = -10000 \text{ N} \implies V_B = V_A - F = (-10000 - 15000) \text{ N} = -25000 \text{ N}$$

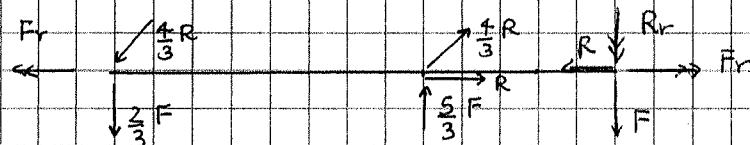
$$V_A = -\frac{2}{3} F \quad V_B = -\frac{5}{3} F$$

equilibrio alla traslazione lungo z: $U_A = U_B$

equilibrio alla rotazione lungo y (polo A): $-R_r \cdot a - U_B \cdot a = 0$

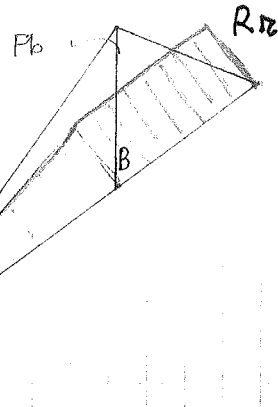
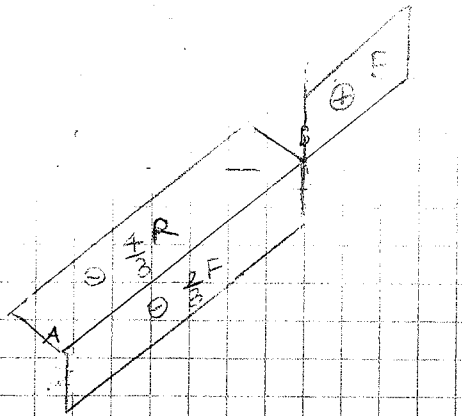
$$U_B = -\frac{R_r \cdot a}{a} = -\frac{4000 \text{ N} \cdot 200 \text{ mm}}{150 \text{ mm}} = -5333 \text{ N} = -\frac{1}{3} R = U_A$$

La struttura risulta e'

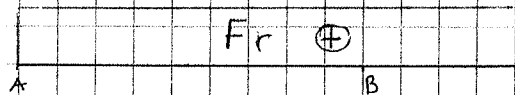




AZIONE DI TAGLIO



AZIONE TORCENTE ← ⊕ →



① verifica delle sezioni AA e BB

Nella sezione AA ho solo momento torcente $M_T = Fr = 15000 \text{ N} \cdot 0.2 \text{ m} = 3000 \text{ Nm}$, siccome lo sforzo di torsione assume valore max sul diametro esterno, questa sollecitazione è statica per un qualsiasi punto sul diametro.

$$\tau_{max} = \frac{16 M_T}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 3000 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{\pi \cdot 60^3 \text{ mm}^3} = 70.73 \text{ MPa}$$

siccome il materiale è duttile (in condizioni limite di plasticizzazione $K_T = 1$) la verifica statica si esegue utilizzando un criterio di resistenza per materiali duttili, ad esempio Guest-Tresca.

$$\sigma_{GT}^* = \sigma_I - \sigma_{III} \leq \frac{\sigma_{SN}}{m}$$

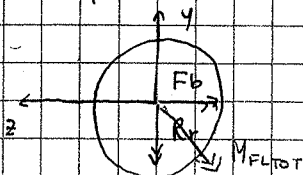
Del momento che lo stato di sforzo è di torsione pura: $\sigma_I = \tau$ $\sigma_{III} = -\tau$

$$\sigma_{GT}^* = 2\tau_{max} \leq \frac{\sigma_{SN}}{m} \rightarrow m = \frac{\sigma_{SN}}{2\tau_{max}} = \frac{600 \text{ MPa}}{2 \cdot 70.73 \text{ MPa}} = 4.24 > 1$$

VERIFICA SODDISFATTA per la sezione AA

Nella sezione BB ho sia momento torcente $M_T = Fr = 3000 \text{ Nm}$ sia momento flettente.

Se per lo sforzo prodotto dalla torsione valgono le stesse considerazioni fatte precedentemente, per ciò che riguarda lo sforzo prodotto da M_{FL} va osservato che questo determina una sollecitazione ciclica nel tempo, in particolare il momento flettente è la composizione vettoriale dei momenti F_b e R_r .

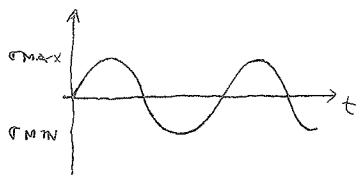


$$M_{FLTOT} = \sqrt{(F_b)^2 + (R_r)^2} = \sqrt{(15000 \cdot 0.1)^2 + (4000 \cdot 0.2)^2} \text{ Nm} = 1700 \text{ Nm}$$

$$\text{lo sforzo } \sigma = \frac{32 M_{FL}}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 1700 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{\pi \cdot 70^3 \text{ mm}^3} = 90.5 \text{ MPa}$$

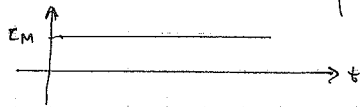
la sollecitazione prodotta da M_{FLUT} è alterata

3



$$\sigma_{MAX} = \sigma_a = 50.5 \text{ MPa}$$

la sollecitazione prodotta da M_T è invece costante e vale



$$\sigma_m = \frac{16 \cdot M_T}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 3000 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi 70^3 \text{ mm}^3} = 44.54 \text{ MPa}$$

Per la verifica a fatica in stato di sforzo composto uso il criterio di Gough e Pollard

$$\sigma_{\text{comp}}^* = \sqrt{\sigma_a^2 + H^2 \sigma_m^2} \leq \frac{\sigma_{LIM}}{\eta}$$

dove $H = \frac{\sigma_{LIM}}{\sigma_{LIM}}$

essendo σ_m una sollecitazione statica $\sigma_{LIM} = \sigma_{SN}$, ad esempio usando un criterio di resistenza per materiali duttili

$$\sigma_{LIM} = \sigma_{SN} = \frac{R_{SN}}{2} = 300 \text{ MPa}$$

$\sigma_{LIM} = \sigma'_{FAIF}$ essendo lo sforzo ciclico alternato

$$\sigma_{LIM} = \sigma'_{FAIF} = \frac{\sigma_{FAIF} \cdot b_2 \cdot b_3}{K_{F,F}}$$

$\sigma_{FAIF} = R_m = 450 \text{ MPa}$, ipotizzo poi $b_2 = 0.8$ e $b_3 = 0.9$

$K_{F,F} = q(K_{T,F} - 1) + 1$ dove ipotizzo la sensibilità all'intaglio $q = 0.9$

il coefficiente di intaglio teorico a flessione si ricava dai diagrammi con

$\frac{D}{d} = \frac{80}{70} = 1.14$ e $\frac{r}{d} = \frac{1}{70} = 0.014$

$K_{T,F} \approx 3 \rightarrow K_{F,F} = 0.9(3-1) + 1 = 2.8$

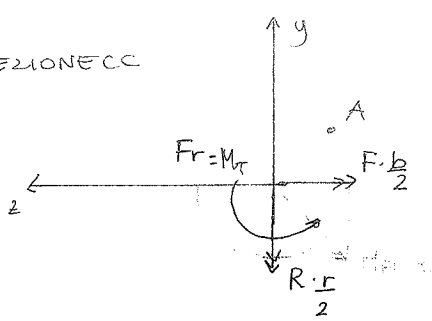
$$\sigma'_{FAIF} = \frac{450 \text{ MPa} \cdot 0.8 \cdot 0.9}{2.8} = 115.7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{comp}}^* = \sqrt{50.5^2 + \left(\frac{115.7}{300}\right)^2 \cdot (44.54)^2} \text{ MPa} = 53.34 \text{ MPa}$$

$\eta = \frac{\sigma_{LIM}}{\sigma_{\text{comp}}^*} = \frac{115.7}{53.34} = 2.17 > 1$ la verifica è soddisfatta

SEZIONE CC la sezione CC si trova a metà tra i 2 appoggi, per determinare il punto più sollecitato analizzo la sezione

SEZIONE CC



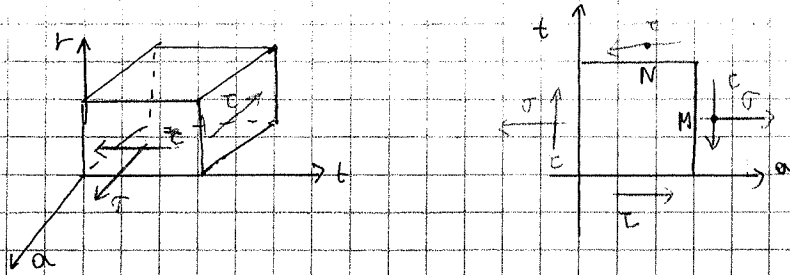
$$M_{FL, TOT} = \sqrt{\left(\frac{Fb}{2}\right)^2 + \left(\frac{Rr}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{150000 \cdot 1m}{2}\right)^2 + \left(\frac{40000 \cdot 0.2m}{2}\right)^2}$$

$$M_{FL, TOT} = 850 \text{ Nm} \quad \sigma = \frac{32 \cdot M_{FL, TOT}}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 850 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{\pi 70^3 \text{ mm}^3} = 25.24 \text{ MPa}$$

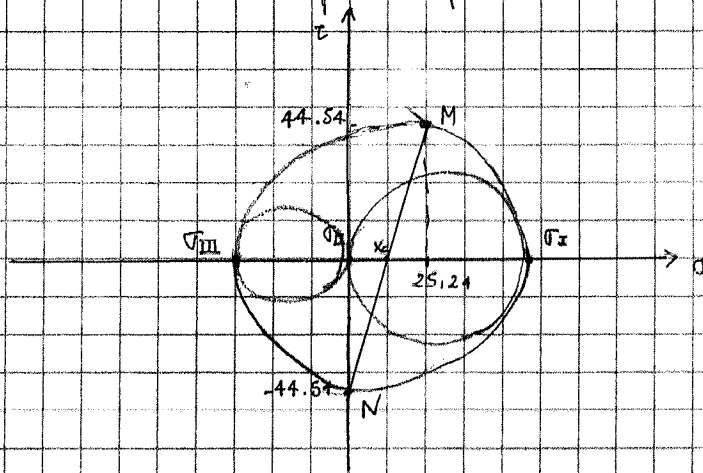
$$M_T = Fr = 3000 \text{ Nm} \quad \tau = \frac{16 M_T}{\pi d^3} = 44.54 \text{ MPa}$$

per lo stato di sforzo valgono le considerazioni viste per la sezione BB
 Il punto più sollecitato è il punto A indicato nella sezione

Il cubetto rappresentativo dello stato di sforzo è



Disegniamo il cerchio di Mohr per i punti M ed N



$$x_c = \frac{25.24}{2} = 12.62 \text{ MPa}$$

$$R = \sqrt{(25.24 - x_c)^2 + (44.54)^2}$$

$$R = 46.3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_I = x_c + R = 59 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{III} = x_c - R = -33.68 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{II} = 0 \text{ MPa}$$

Infine il tensore dello sforzo nel caso in esame si scrive

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_a & \tau_{at} & \tau_{ar} \\ \tau_{at} & \sigma_t & \tau_{tr} \\ \tau_{ar} & \tau_{tr} & \sigma_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25.24 & -44.54 & 0 \\ -44.54 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$