**Politecnico di Milano - Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**
Anno accademico 2020-21
**Costruzione di Macchine 1**
*(Prof. A. Manes, Prof. C. Sbarufatti, Prof. G. Previati)*

**Esame: 12 gennaio 2021**

**Fase 2: Costruzione di macchine 1**
**Risolvere il tema d'esame e caricare la soluzione**

**NB: Riportare sulla soluzione NOME, COGNOME E NUMERO DI MATRICOLA**

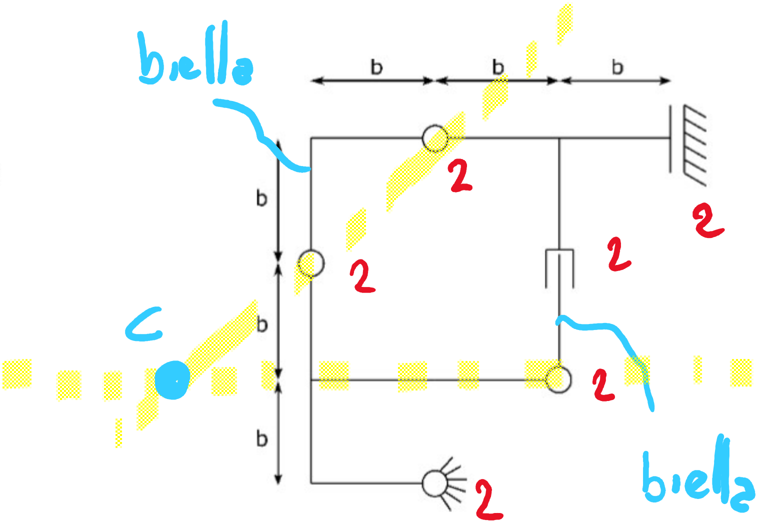
**CM1:** **Esercizio 1**.
Effettuare l'analisi cinematica della seguente struttura, giustificando la risposta.

Gdl: 12

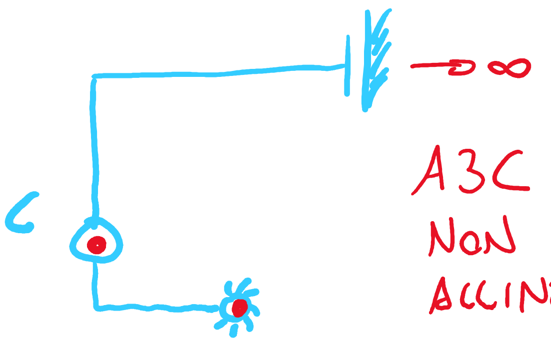
GdV: 12

La struttura è labile?

□ Sì ~~□~~ No




QUADRILATERO ARTICOLATO



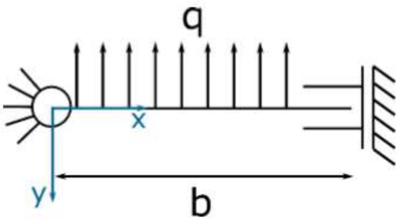

A3C
NON
ALLINEATE

⇒ ISO

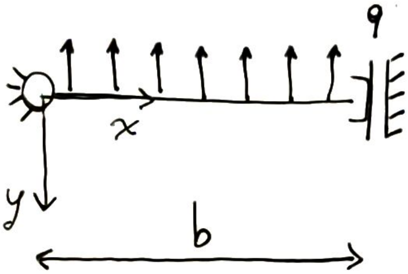
**CM1: Esercizio 2.**

In riferimento alla trave di lunghezza **b** a cui è applicato un carico distribuito **q** schematizzata in figura:

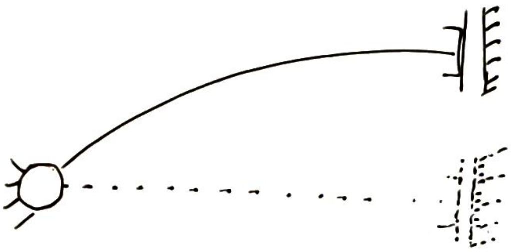
1) Disegnare la deformata qualitativa
2) Scrivere, **rispetto al sistema di riferimento indicato,** l'espressione della linea elastica



$\boxed{\text{ESE 2}}$

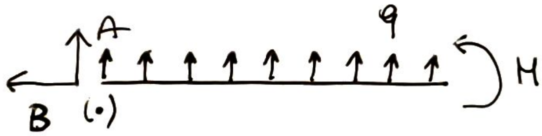



## Deformata qualitativa



## Linea elastica

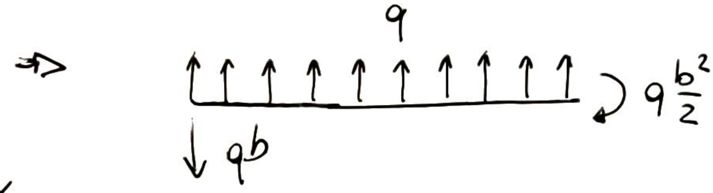
RV



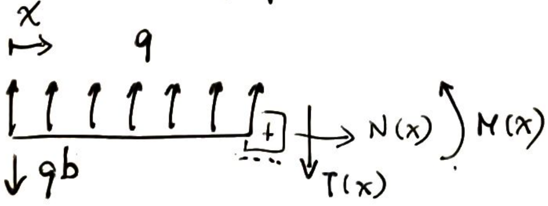

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow \boxed{B = 0}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow qb + A = 0 \rightarrow \boxed{A = -qb}$$

$$\Sigma M_{(\cdot)} = 0 \rightarrow -M - qb\frac{b}{2} = 0 \rightarrow \boxed{M = -q\frac{b^2}{2}}$$




AI




$$\begin{cases} T(x) = qx - qb \\ M(x) = T(x)\,x - q\dfrac{x^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(x) = q\frac{x^2}{2} - qbx$$

LEJ

$$v''(x) = -\frac{1}{EJ}M(x) = -\frac{1}{EJ}\left(q\frac{x^2}{2} - qbx\right)$$

$$v'(x) = -\frac{1}{EJ}q\frac{x^3}{6} + \frac{1}{EJ}qb\frac{x^2}{2} + A$$

$$v(x) = -\frac{1}{EJ}q\frac{x^4}{24} + \frac{1}{EJ}qb\frac{x^3}{6} + Ax + B$$

C.A.C. $\begin{cases} \text{I} & v(0) = \emptyset \\ \text{II} & v'(b) = \emptyset \end{cases}$

da I: $B = \emptyset$

da II: $-\frac{1}{EJ}q\frac{b^3}{6} + \frac{1}{EJ}q\frac{b^3}{2} + A = \emptyset \rightarrow A = -\frac{1}{EJ}q\frac{b^3}{3}$

$$\Rightarrow \boxed{v(x) = -\frac{1}{EJ}q\frac{x^4}{24} + \frac{1}{EJ}qb\frac{x^3}{6} - \frac{1}{EJ}q\frac{b^3}{3}x}$$

Massima freccia

$v'(x) = \emptyset$ Non è risolvibile (facilmente).

$$v''(x) = -\frac{1}{EJ}\left(q\frac{x^2}{2} - qbx\right) \geq 0 \Rightarrow qbx - q\frac{x^2}{2} \geq 0$$

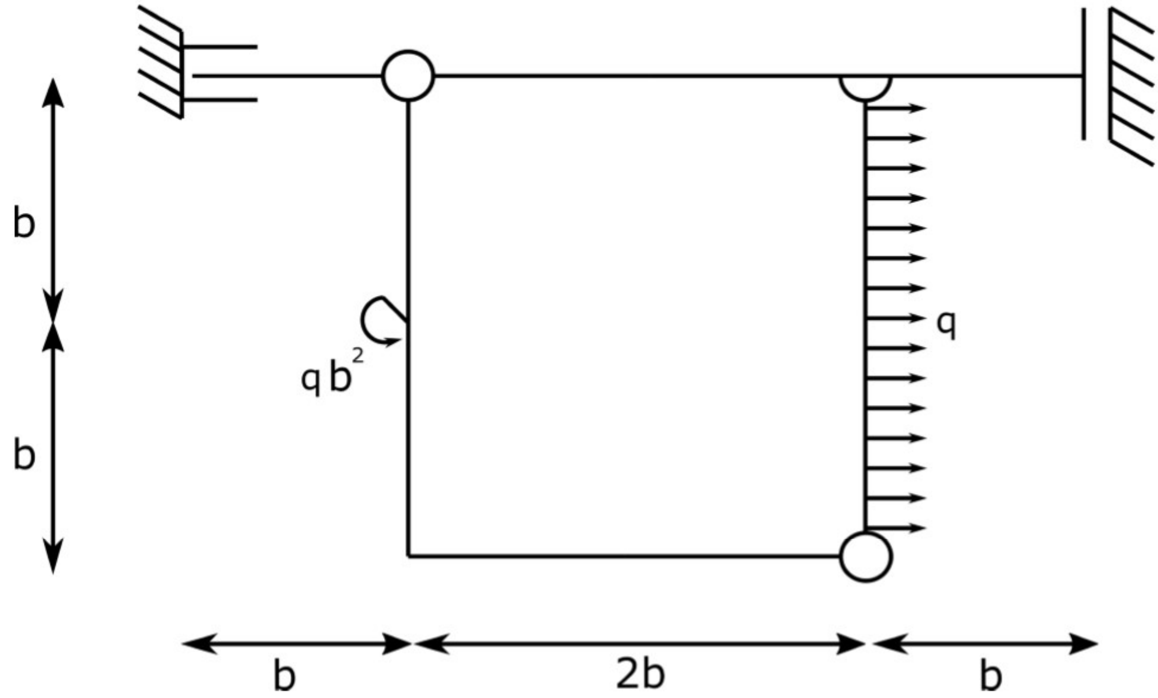
$$x\left(b - \frac{x}{2}\right) \geq 0$$

Per noi vale $x \geq 0$

$$\Rightarrow v''(x) \geq 0 \iff x \leq 2b$$

Dunque, $v''(x) \geq 0$ e non ci sono flessi nella funzione $v(x)$ $\Rightarrow$ l'unico punto per cui vale $v'(x) = 0$ è $x = b$. (C.A.C.)

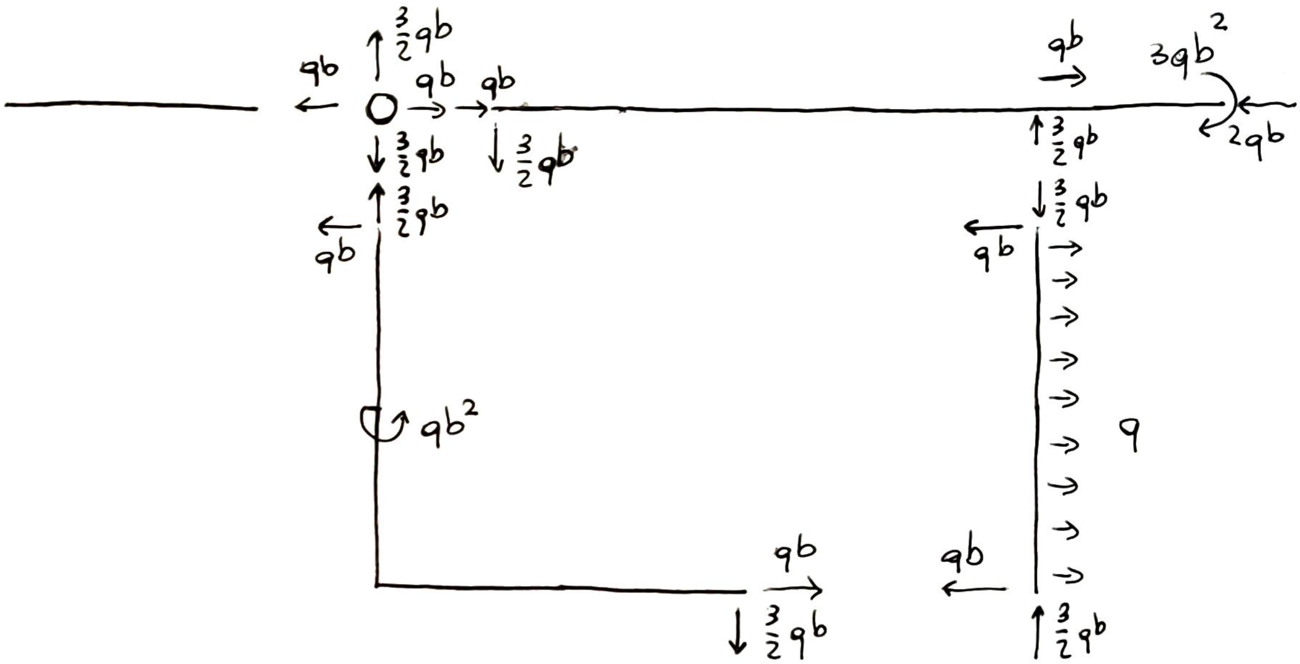
**<u>CM1</u>: Esercizio 3.**
Per la struttura raffigurata, esprimendone l'intensità in funzione del carico distribuito **q** e della lunghezza caratteristica **b**, si chiede di:
- determinare le reazioni vincolari esterne ed interne, indicandone direzione e verso mediante un segmento orientato
- tracciare i diagrammi delle azioni interne, **indicando la convenzione di rappresentazione utilizzata**



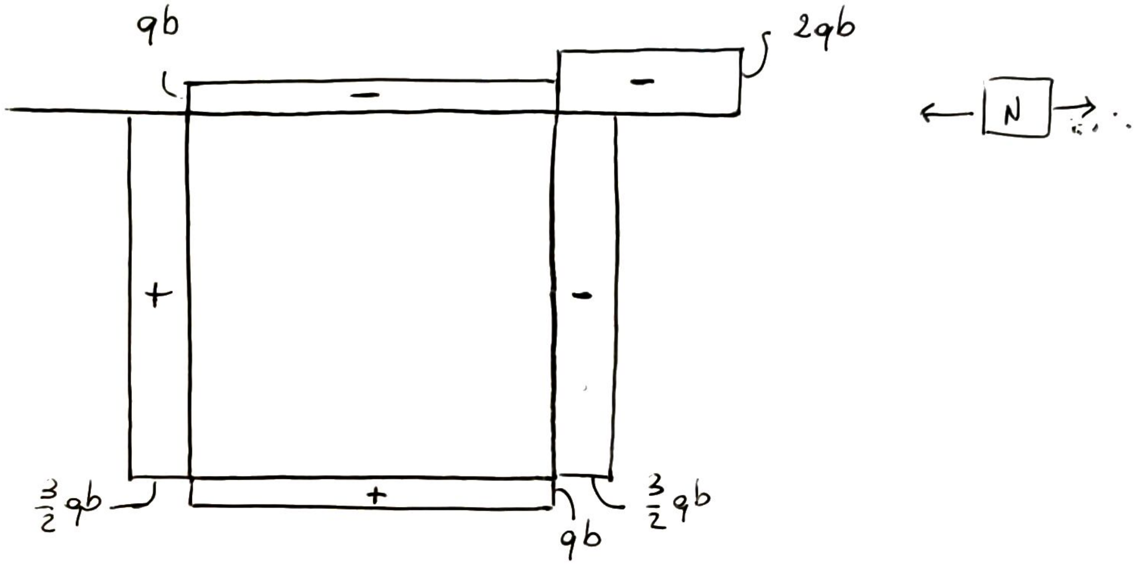
$\Rightarrow \quad v(b) = -\frac{1}{EJ}\, q\, b^4 \frac{5}{24}$

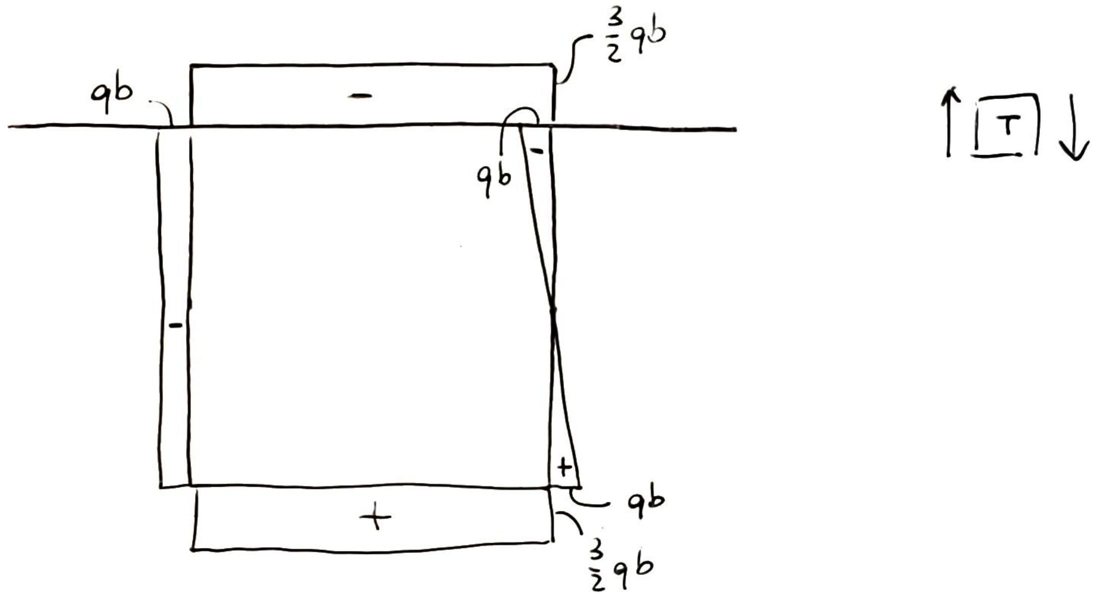
$\boxed{ESE\,3}$

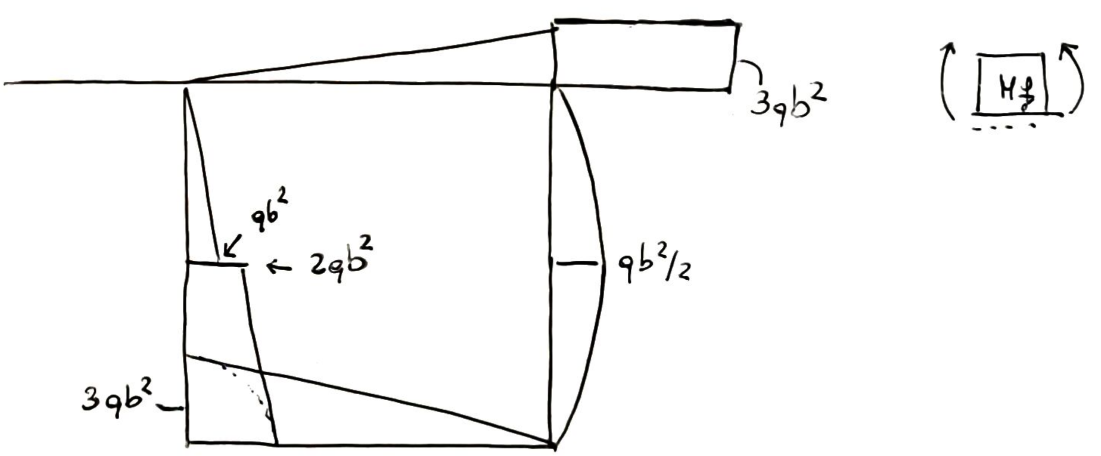
Reazioni



DIAGRAMMI


qb
2qb
N
3/2 qb
qb
3/2 qb


3/2 qb
qb
T
qb
qb
3/2 qb


3qb²
Mf
qb²
2qb²
qb²/2
3qb²

**CM1: Esercizio 4.**

Si consideri la struttura rappresentata in Figura 1. Essa è vincolata a terra mediante due cuscinetti in A e in B, rispettivamente modellabili quali cerniera e carrello. L'estremo sinistro dell'albero è messo in rotazione tramite una puleggia, di diametro $\boldsymbol{D_p}$, sulla quale agisce una forza **T** diretta come l'asse x, fissa nello spazio e costante nel tempo. Le forze che la struttura scambia con il fluido sono rappresentate in Figura 1 come **P** (diretta come l'asse x nell'istante rappresentato) e **R** (diretta come l'asse y nell'istante rappresentato). I valori delle forze **T**, **P** e **R** sono forniti nei dati e tali da garantire l'equilibrio del sistema.

Si richiede di:

- Tracciare i diagrammi di momento flettente e momento torcente limitandosi al solo albero principale (evidenziato in grassetto)

Inoltre, trascurando azione assiale e taglio:

- Si calcoli il coefficiente di sicurezza a prima plasticizzazione secondo il criterio di resistenza statica più cautelativo, nella sezione B-B in corrispondenza di B (vedi Figura 2).
- Si effettui la verifica di resistenza a fatica per la sezione A-A in corrispondenza di A (vedi Figura 2).

Si ipotizzino i dati mancanti, qualora non esplicitamente indicati.

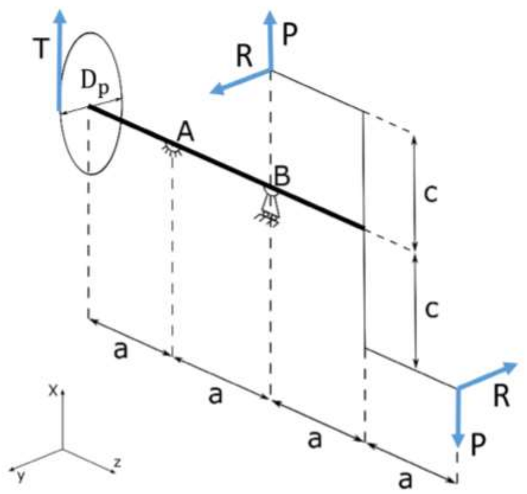



*Figura 1. Schema struttura*

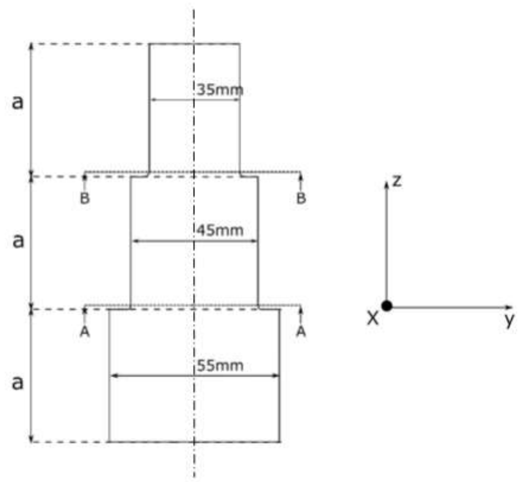



*Figura 2. Schema albero principale*

**Dati**

**Carico**

$T = 1500\ N$

$R = 500\ N$

$P = 1000\ N$

**Geometria struttura**

$a = 300\ mm$

$c = 120\ mm$

$D_p = 160\ mm$

**Fattori geometrici/sovrasollecitazioni locali:**

$b_2 = 0.85$

$b_3 = 0.85$

$q = 0.90$

$Kt_{f,A-A} = 1.8$; $Kt_{t,A-A} = 1.6$ (sezione A-A)

$Kt_{f,B-B} = 1.8$; $Kt_{t,B-B} = 1.6$ (sezione B-B)

**Materiale: 30NiCrMo3**

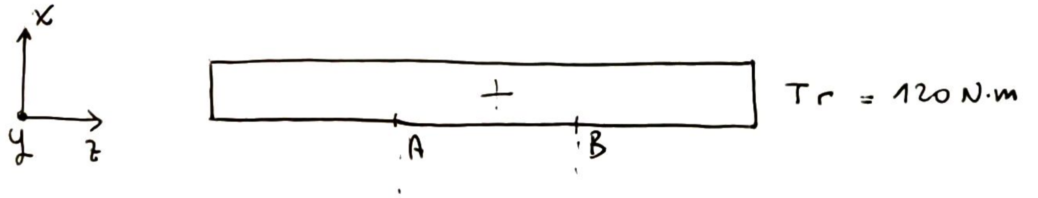
$\sigma_R = 600MPa$

$\sigma_{sn} = 500MPa$

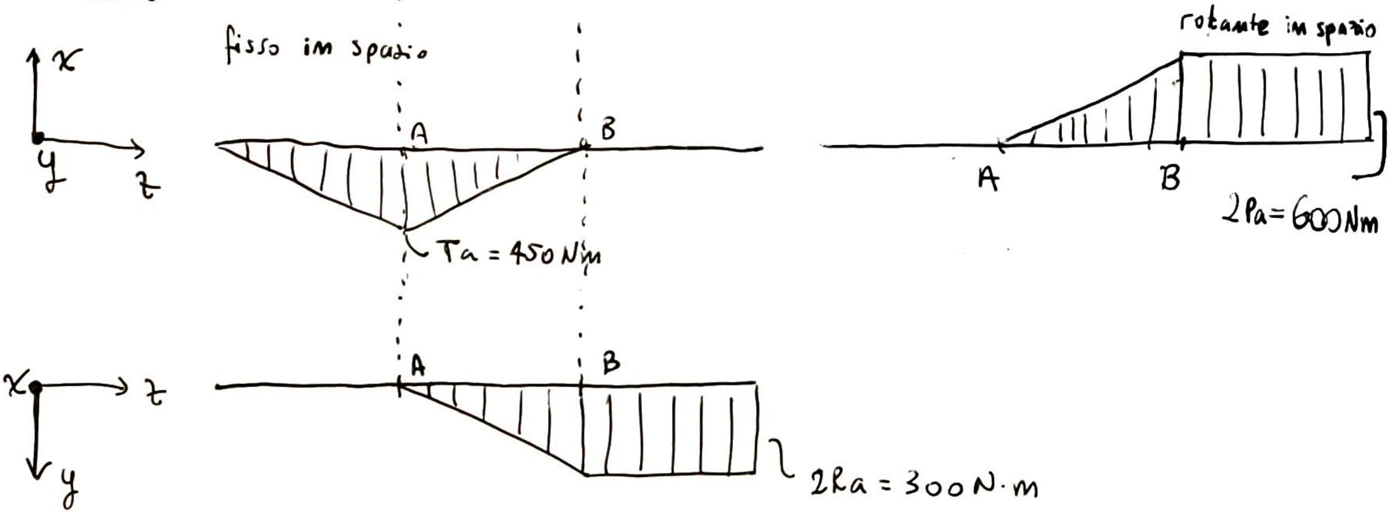
## ESE 4

### DIAGRAMMI

• Torcente




• Flettente




### VERIFICA STATICA IN B-B

$$\sigma_B = \frac{32\,M_{fB}}{\pi d_B^3} = 159.4 \quad MPa \qquad \text{con} \quad M_{fB} = \sqrt{(2Pa)^2 + (2Ra)^2}$$

$$\tau_B = \frac{16\,M_{tB}}{\pi d_B^3} = 14.3 \quad MPa$$

$$\sigma_{GT} = \sqrt{(K_{tf,B-B}\,\sigma_B)^2 + 4\,(K_{tt,B-B}\,\tau_B)^2} = 290.5 \; MPa$$

$$\eta = \frac{\sigma_{SN}}{\sigma_{GT}} = 1.72$$

## VERIFICA A FATICA IN A-A

$M_{fA} = 450\ N\cdot m$ Genera $\sigma$ alternata in flessione

$$\Rightarrow \sigma_A = \frac{32\, M_{fA}}{\pi d_A^3} = 50.3\ MPa$$

$M_{tA} = 120\ N\cdot m$ Genera $\tau$ media

$$\Rightarrow \tau_m = \frac{16\, M_{tA}}{\pi d_A^3} = 6.7\ MPa$$

$$\sigma'_{FA,f} = \frac{0.5\,\sigma_R\, b_2\, b_3}{1+q(K_{tf,A\text{-}A}-1)} = 126.0\ MPa$$

$$\tau_{SN} = \frac{\sigma_{SN}}{\sqrt{3}} = 288.7\ MPa$$

$$\sigma^*_{GP} = \sqrt{\sigma_A^2 + \left(\frac{\sigma'_{FA,f}}{\tau_{SN}}\right)^2 \tau_m^2} = 50.4\ MPa$$

$$\eta = \frac{\sigma'_{FA,f}}{\sigma^*_{GP}} = 2.501$$

o

$$\tau_R = 0.8\sigma_R = 480\ MPa$$

$$\sigma^*_{GP} = \sqrt{\sigma_A^2 + \left(\frac{\sigma'_{FA,f}}{\tau_R}\right)^2 \tau_m^2} = 50.3\ MPa$$

$$\eta = \frac{\sigma'_{FA,f}}{\sigma^*_{GP}} = 2.504$$